

구조 해석용 소재 물성과 이론 (1)

(구조해석에 필요한 물성의 기본 이론)

한국폴리아세탈(주)

KOREA POLYACETAL CO., LTD.

KPAC

서울시 중구 소공로 94, 14층 (소공동, OCI빌딩)

14th Floor, OCI BLDG., 94, Sogong-ro, Jung-gu, Seoul, 04532, Republic of Korea

Tel +82-2-728-7400 Fax 82-2-714-9235 www.gpac-kpac.com

최근 구조해석 기술이 획기적으로 발전하였으나, 아직까지는 해석이 실제 조건의 100 %를 그대로 반영할 수 없다. 당장 눈에 보이는 하중과 경계 조건(어디를 잡고 어디에 힘을 가하는지)조차도 실제 시험 조건과 똑같이 맞추기란 불가능하다. 그렇기 때문에 해석의 결과는 어디까지나 참고용이며 수 많은 가정을 포함한다고 언급하는 경우가 대부분이다.

그러면 어차피 정확하지 않으니 대충해도 된다? 라고 생각해도 되는 것일까? 그것은 엔지니어로서의 자격을 포기하는 것과 다르지 않다. 그렇다면 어떻게 해야 최대한 해석을 실제 현상과 맞출 수 있을까? 이런 고민을 해결하는 과정이 최초로 CAE 를 도입했던 사람부터 지금까지 모든 엔지니어들이 해왔던 발전 과정이 아닐까 한다.

또한 구조해석 결과와 실제 사출성형품의 시험 결과를 correlation 하기 위한 본연의 방법은 재료의 물성을 어떻게 입력해야 하는지를 파악하는 데 있다고 할 수 있다. 이에 따라 구조 해석용 소재 물성은 아래의 두 가지 관점에서 접근하고자 한다.

- ▶ 구조해석을 이해하는 데 필수적인 고체 역학과 재료 역학의 기본 이론
- ▶ 해석정밀도를 높이기 위해 엔지니어들이 고민해 온 과정 중 물성 입력에 관한 부분

◎ 구조 해석에 필요한 물성의 기본 이론

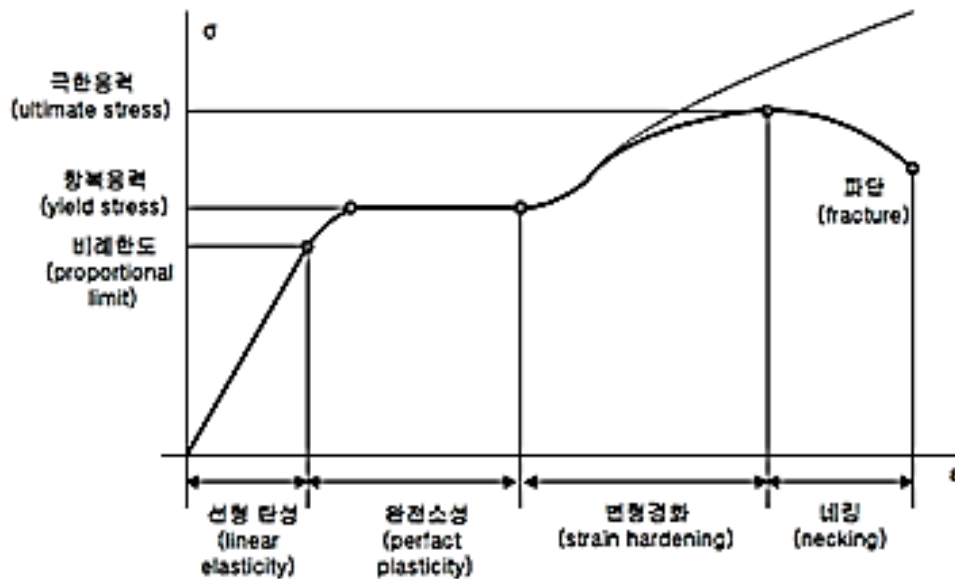
(1) 기본적인 이해

일반적으로 정 하중 해석을 하고자 할 경우, 필수적인 물성은 탄성률(Young's modulus 또는 elastic modulus)과 포아송비(Poisson's ratio)이다. 여기에서 "일반적인"이라는 말은 탄성 거동이 지배적이란 말과 일맥 상통한다고 보아도 무방하다. 금속 재료의 경우 파손 이전까지는 거의 탄성 거동을 하기 때문에 탄성 거동이 지배적이며 탄성 거동을 벗어난 구간 즉 항복 응력 이후의 구간에서는 응력 및 변형률이 큰 의미가 없다.

하지만 대부분의 플라스틱에서는 탄성, 소성 구간의 경계가 모호하며, 피로 하중이나 creep 하중 등을 제외하고 소성 구간에서의 거동도 무시할 수 없는 경우가 많다.

달리 말하면 일반적인 플라스틱의 구조해석에서는 탄성률과 포아송비만으로는 정확한 해석을 할 수 없기 때문에 재료 거동을 나타내는 무언가가 더 필요하다는 얘기이다.

이때 필요한 것이 바로 strain-stress curve 이며, 그림 1 과 같은 플라스틱의 전형적인 거동을 해석에 포함시키면 탄성 구간을 포함하여 소성 구간까지 해석 영역을 확대할 수 있다.



(그림1) Strain-Stress curve

(2) Stress – Strain curve

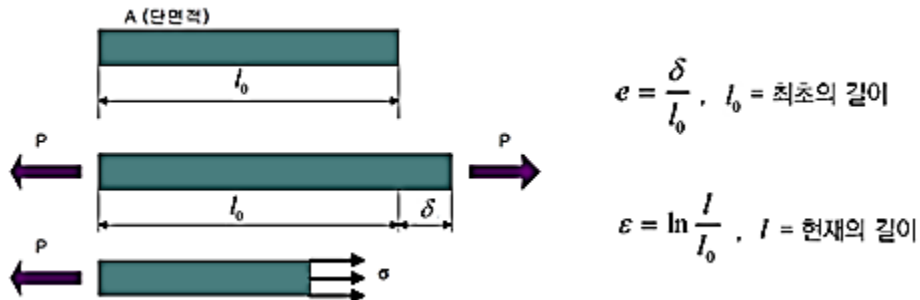
Stress(응력)은 하중에 대한 재료 내부의 저항력으로, 하중을 단위면적으로 나눈 값, 즉 단위면적 당 하중이다. 따라서 응력이 작으면 재료 내부에 저항력이 생겨 파손되지 않으나 하중이 커지면 응력이 저항력보다 커지면서 파괴된다.

Strain(변형률)은 인장이나 압축 하중에서 단위 길이당 변화한 길이를 말하며 보통 시편에 대한 인장 또는 압축 시험을 할 때 응력과 변형률은 하나의 쌍으로 기록된다. 이들 쌍을 그래프로 나타낸 것이 stress-strain curve(이후 S-S curve)이다.

일반적으로 UTM(Universal Test Machine)을 이용하여 시편의 인장 시험을 하게 되면, 하중(F)-변위(D) data 를 raw data 형식으로 얻을 수 있고 이를 가지고 기계가 공칭 응력(engineering stress)-공칭 변형률(engineering strain) 그래프까지 자동으로 뽑아 주기도 한다.

여기에서 중요한 개념 하나를 이해할 필요가 있는데 바로 공칭 응력과 진 응력(true stress)의 차이이다. UTM 에서는 공칭 응력-공칭 변형률 그래프를 자동으로 계산해 주기도 하지만 실제 해석에서는 진 응력-진 변형률의 그래프가 이용된다.(신형 UTM 에서는 진 응력-진 변형률까지 계산해 주기도 한다.) 정확하게는 진 응력-소성 변형률의 그래프가 이용되지만 어차피 진 응력-진 변형률을 이용하여 한번 더 변환하는 과정을 거치는 것이며 상세한 내용은 뒤에서 다시 설명토록 하겠다.

(3) 공칭 변형률과 진 변형률(engineering strain & true strain)



공칭변형률(engineering strain, e)이란 변형 전 길이(최초 시편의 표점 거리)에 대한 길이 변화량의 비율이며, 진 변형률(true strain, ϵ)은 대수변형률(logarithmic strain) 혹은 자연변형률(natural strain)이라고도 하며, 현재의 길이를 기준으로 한 길이 변화율이다. 쉽게 말해 공칭 변형률은 매 측정 순간의 변화된 표점 거리를 최초 표점 거리로 나눈 것이고, 진 변형률은 매 측정 순간의 변화된 표점 거리를 바로 전 변화된 표점 거리로 나눈 것이라고 할 수 있다. 즉, 공칭 변형률은 변화된 시편의 길이를 고려하지 못하는 것이고, 진 변형률은 매 순간 변화된 시편의 길이를 고려하므로 진짜 변형률이 되는 것이다.

보통의 시편의 인장 시험에서는 최초 시편의 표점 거리를 기록한 다음 이동된 거리를 측정하기 때문에 쉽게 공칭 변형률을 계산할 수 있다. 하지만 진 변형률은 매 순간 순간의 측정 시점에서 변형된 시편의 표점 거리를 기준으로 다시 순수한 변형량을 계산하여 변형률을 계산하는 것이므로 기계에서 바로 측정값을 표시하지 못하는 경우가 많다. 따라서 대부분의 UTM의 경우 쉽게 측정 가능한 공칭 변형률을 사용하는 것이다.

이에 따라 진 변형률의 정의에서 " $d\epsilon = \frac{dl}{l} \rightarrow \epsilon = \int d\epsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0}$ "이 도출되며,

이를 이용하여 진 변형률을 공칭 변형률로 표현할 수 있다. (진 변형률: ϵ , 공칭 변형률: e)

$$\epsilon = \ln \frac{l}{l_0} = \ln \left[\frac{l - l_0 + l_0}{l_0} \right] = \ln(1 + e) \text{ or } e = \exp(\epsilon) - 1$$

이 관계식을 이용하여 UTM에서 나온 공칭 변형률 값을 진 변형률로 변환할 수 있는 것이다.

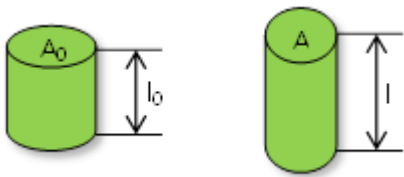
(4) 공칭 응력과 진 응력(engineering stress & true stress)

공칭 응력과 진 응력을 구분하는 방식은 변형률의 정의와 유사하다. 즉, "공칭"은 처음을 기준으로 "진"은 현재를 기준으로 한다. 공칭 응력은 응력 계산시 최초 시편의 단면적을 기준으로 하고, 진 응력은 인장 시험 중에 계속 변하는 실제 단면적을 기준으로 한다.

시편에 대한 인장 시험을 유심히 살펴보면, 시험이 진행됨에 따라 표점 거리 구간내의 시편의 단면적이 서서히 감소함을 알 수 있다. 따라서 공칭 응력과 같이 하중을 최초 시편의 단면적으로 나누게 되면 매 순간 변화하는 단면적을 고려하지 않기 때문에 측정 시점에서의 진짜 응력이라고 말할 수 없다.

그러므로 이러한 공칭 응력을 매 순간 변화한 단면적을 기준으로 재계산한 응력으로 변환하여 해석에 이용하게 되는데 이를 진짜 응력 즉, 진 응력이라 하는 것이다.

단, 공칭 응력을 진 응력으로 변환할 때 표점 거리 내의 부피는 항상 일정하다는 체적 불변(isochoric)의 가정을 사용한다. 아래 그림과 같이 최초 표점 거리구간 내의 체적은 인장시험 동안의 변화된 표점거리내의 체적과 동일하다는 가정에서 " $A_0 l_0 = A l$ " 이라 할 수 있고, 이 식을 이용하여 아래와 같이 변형할 수 있다. (공칭 변형률 : e)



$$\frac{A_0}{A} = \frac{l}{l_0} = \frac{l - l_0 + l_0}{l_0} = \frac{\delta}{l_0} + 1 = e + 1$$

$$\therefore \frac{A_0}{A} = e + 1$$

공칭응력과 진 응력의 정의에 따라 아래와 같이 쓰면,

(공칭응력 : S , 진응력 : σ , 공칭 변형률 : e)

$$S = \frac{P}{A_0}, \quad A_0 = \text{Initial sectional area}$$

$$\sigma = \frac{P}{A}, \quad A = \text{Current sectional area}$$

$$= \frac{P}{A_0} \times \frac{A_0}{A} = S(e + 1)$$

즉, 위 식과 같이 진 응력을 공칭 응력과 공칭 변형률의 식으로 변환이 가능하게 된다.

앞서 설명한 진 변형률의 공식과 진 응력의 공식을 종합하면,

$$\epsilon = \ln(1 + e), \quad \sigma = S(e + 1)$$

이와 같고, 이제 두 식을 이용하여 공칭 변형률과 공칭 응력을 측정한 다음 쉽게 진 변형률과 진 응력으로 변환할 수 있게 된다.

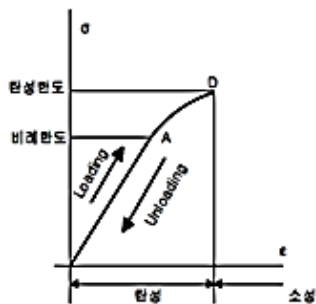
(5) 탄성률(elastic modulus)

일반적으로 재료가 작은 하중에서는 탄성적으로 변형하며 응력과 변형률이 비례하는데 이를 후크의 법칙(Hook's law)이라고 하고 이를 식으로 나타내면 응력(σ)/변형률(ϵ) = 탄성률(E)이 된다.

일반적으로 종탄성률(E, Young's modulus)과 횡탄성률(G)이 있으나 특별한 말이 없으면 종탄성률을 의미하며, 재료의 거동이 매우 작은 선형 탄성 영역(그림 1 참조)에 있다고 판단될 경우에는 탄성률(E)과 포아송비(ν)만 있으면 정하중 구조해석이 가능하다.

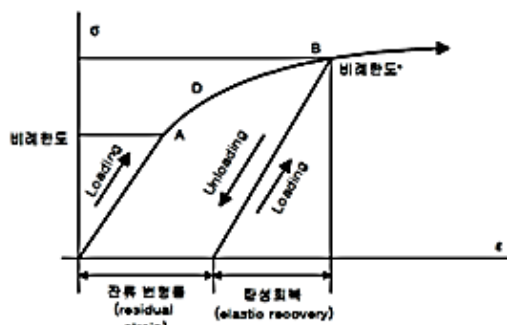
금속 재료의 경우 탄성 한도와 비례한도가 거의 비슷해서 선형 탄성 영역의 끝을 항복 응력으로 봐도 큰 오차가 없기 때문에 탄성률로만 해석해도 무리가 없다.

(비례 한도 : 응력 변형률의 관계가 선형적인 최대 영역, 탄성 한도:하중을 제거할 때 원래의 치수로 돌아가는 최대 영역)

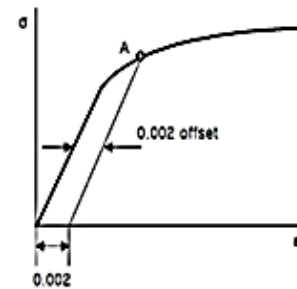


(비례 한도:응력 변형률의 관계가 선형적인 최대 영역, 탄성 한도:하중을 제거할 때 원래의 치수로 돌아가는 최대 영역)

(그림2) 탄성 한도



(그림3) 비례 한도

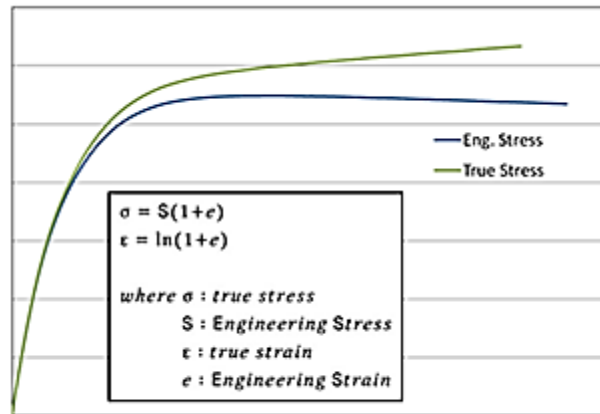


(그림4) 오프셋 항복응력

그러나 대부분의 플라스틱은 선형 탄성 영역이 매우 짧거나 파악하기 어렵고, 이에 따라 일반적인 금속 재료의 항복 응력(0.2 % 오프셋)의 정의를 이용한 항복점을 찾기가 불가능해진다.

따라서 플라스틱을 이용한 구조해석에서는 탄성률만을 이용한 선형 탄성 한도내의 해석으로 정확한 재료의 거동을 표현할 수 없기 때문에 S-S 커브를 직접 입력하는 방식을 사용해야 한다.

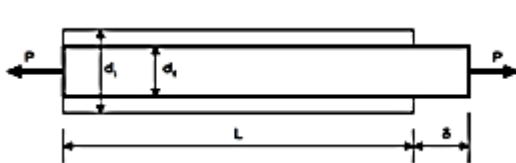
물론 이 경우도 아주 짧은 구간이라도 탄성 구간을 잡아서 탄성률을 입력해주어야 한다. (그림 5)와 같이 플라스틱 수지는 탄성 구간과 항복점이 모호하기 때문에 몇 가지 형태의 S-S 커브에 대한 ISO 규정에 따라 탄성률과 항복응력을 구할 수 있다.



(그림5) 플라스틱 수지의 S-S curve

(6) 포아송비(Poisson's ratio)

특정한 한 축 방향으로 하중을 가하여 그 방향으로 변형이 일어날 때, 다른 축 방향으로 반대부호의 변형이 일어나는 비율을 의미한다. 쉽게 말해, 인장 시편을 잡아 당길 때 하중 방향으로 늘어난 변형량에 대하여 하중의 수직 방향으로 줄어드는 변형량의 비율이다. 후크의 법칙이 성립되는 가정을 사용하였기 때문에 기본적으로 탄성 구간에서만 사용가능하며, 이론적으로 0 보다 크고 0.5 보다 작은 값을 갖는다.



$$\epsilon_{lt} = \epsilon_t = \frac{d_f - d_i}{d_i}, \quad \epsilon_{long} = \epsilon_a = \frac{\delta}{L}$$

$$\nu = -\frac{\epsilon_{lt}}{\epsilon_{long}} = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon_a}, \quad 0 \leq \nu \leq 0.5$$

일반적인 탄소강의 포아송비는 0.28 ~ 0.3 정도이며 고무는 거의 0.5 에 가깝고, 당사 대표 제품인 KEPITAL F20-03 은 약 0.39 정도이다. 구조해석에서는 포아송비를 필수로 입력해야 하는데, 대부분의 수지에 대해서 포아송비가 잘 알려져 있지 않기 때문에 해석을 진행하는데 어려움이 많다.

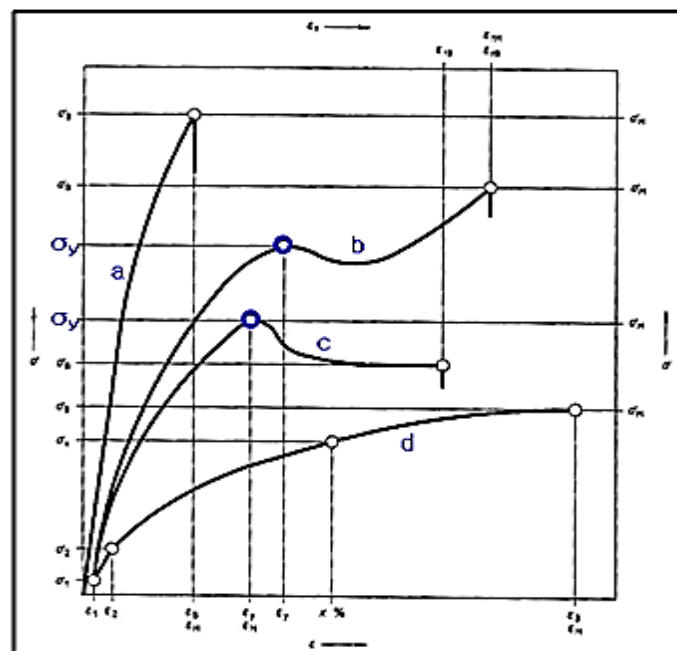
이럴 때는 가능한 유사한 수지에 대한 포아송비를 재료 공급사에 문의하여 사용하는데, 경험상 어느 정도 오차(± 0.03 정도)가 있더라도 정 하중 해석에서의 해석 결과 오차가 크지 않으므로 걱정하지 않아도 된다. 단, 진동 해석에서는 모드 별 주파수의 오차가 발생한다.

(7) 항복 응력(yield stress)

앞에서 설명한 바와 같이 항복응력이란 탄성 한계를 넘어서 외력을 증가시켰을 때 급격히 영구 변형이 증가하는 점을 말하며, 금속 재료의 경우 탄성 한도의 최대 응력이 항복 응력과 같다.

일반적인 시편의 인장 시험에서 하중을 제거하면 S-S curve 상 최초의 자리로 되돌아 오는 최대 응력 값이 항복응력이 되는데, 되돌아 오더라도 영구 변형률이 발생하는 오차가 있으므로 재료 역학에서는 0.05 % ~ 0.3 %의 영구 변형률을 허용하는 오프셋 항복응력을 사용하도록 하고 있다. (그림 4 참조)

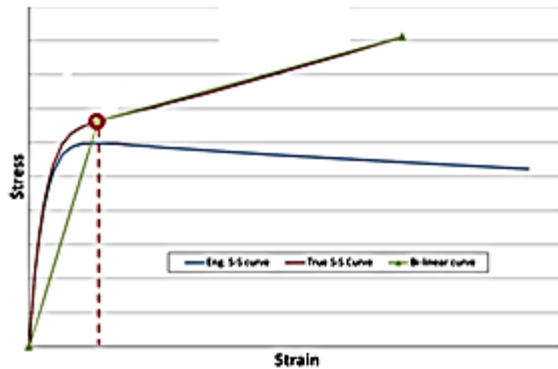
하지만 플라스틱은 금속의 S-S curve와는 확연히 다른 경향을 보이기 때문에 이러한 이론을 그대로 사용할 수 없어 아래의 ISO 규정에 따라 항복응력을 정의하여 사용하게 된다



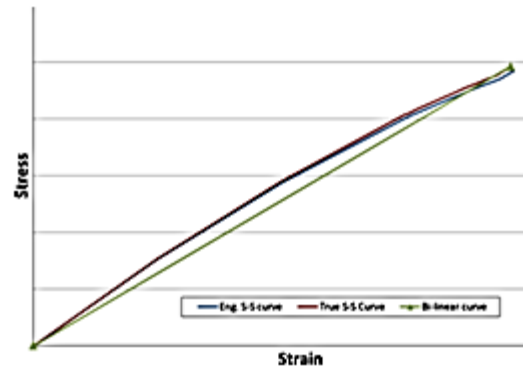
(그림6) 플라스틱 수지의 S-S curve

- 그래프 a와 d의 형태를 갖는 경우 항복응력은 존재하지 않는다.
- 그래프 b와 c의 형태를 갖는 경우 σ_y 가 항복응력이며 최대 응력보다 낮을 수 있다.
- 그래프 d의 형태를 갖는 경우 원래는 항복응력이 없으나 당사자끼리 정한 특별한 strain "X" 지점에서의 응력을 항복응력으로 할 수 있다.
- 또한 ISO 규정에 의거한 탄성률은 변형률 0.0005 ~ 0.0025 사이의 기울기로 정하며, 상기 규정은 공칭 응력과 공칭 변형률 기준이다.

따라서 금속 재료와 같이 선형 탄성구간까지의 응력을 항복응력으로 할 경우, ISO 규정에 따른 탄성률 직선과 S-S 커브가 만나는 점을 항복응력으로 하기에는 오차가 너무 커지기 때문에 사용할 수 없다. 아래는 당사의 제품 중 그래프 c와 d에 해당하는 대표적 재료인 KEPITAL F20-03과 MAXIMID 7550GF의 S-S curve이다.



(그림7) F20-03의 S-S curve



(그림8) 7550GF의 S-S curve

본사

04532, 서울특별시 중구 소공로 94 (OCI빌딩, 14층)
Tel. 02-728-7481 Fax. 02-714-9235

연구소

15850, 경기도 군포시 고산로 166, 104동 201호 (당정동, SK벤티움)
Te Tel. 031-436-1300 Fax. 031-436-1301

Headquarters

14th Floor, OCI BLDG., 94, Sogong-ro, Jung-gu, Seoul, 04532, Republic of Korea
Tel. +82-2-728-7481 Fax. +82-2-714-9235

EU & America Sales

14th Floor, OCI BLDG., 94, Sogong-ro, Jung-gu, Seoul, 04532, Republic of Korea
Tel. +82-2-728-7467 Fax. +82-2-714-9235

Asia Sales

14th Floor, OCI BLDG., 94, Sogong-ro, Jung-gu, Seoul, 04532, Republic of Korea
Tel. +82-2-728-7491 Fax. +82-2-714-9235

China Sales

上海聚醚醚化工贸易有限公司
上海市长宁区天山路1717号SOHO天山广场2幢T2-903C室(200051)
Tel. +86-21-6237-1977 ; E-mail: cpac.sales@gpac-kpac.com

Disclaimer: 1. 상기 자료는 본 제품에 대해 당사의 현재 기술 수준에서 측정된 것이며, 측정 방법 및 조건에 따라 변경될 수 있습니다. 본 제품에 고객에 의해 안료 및 기타 첨가제가 사용된 경우 상기 자료는 적용되지 않습니다. 본 제품은 (치)의학 Implants 용으로는 적합하지 않으며, 고객은 안전 및 보건 기준에 따라 본 제품을 사용해야 합니다. 제품 사용의 결정 및 책임은 고객에게 있으며, 상기 자료는 법적 소송 및 근거자료로 활용될 수 없습니다.

2. 상기 성형수축률은 당사 시험편 금형을 이용하여 특정 사출조건에 한하여 측정된 수치이므로, 측정조건에 따라 다소 변동될 수 있습니다. 귀사에서 제작하고자 하는 금형의 경우 두께, 디자인, 사출기, 사출조건 등이 당사 시험편 금형과 상이하여 상기 수축률과 차이가 있을 수 있으므로, 귀사의 설계조건, 사출성형조건 등을 충분히 검토하신 후 필요 시 보정하여 적용하시기 바랍니다. 제작하고자 하는 금형과의 수축률 차이가 발생할 경우 당사에서는 어떠한 법적 책임도 질 수 없으며, 모든 책임은 귀사에 있음을 분명히 밝혀 드립니다.